

Pracovní list

Bernoulliho schéma

Základné vzorce

Bernoulliho schéma opisuje situácie, kde:

- pokus opakujeme n -krát,
- každý pokus má iba dva výsledky – úspech alebo neúspech,
- pravdepodobnosť úspechu je stále rovnaká.

Pravdepodobnosť presne k úspechov:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Kde:

- n – počet pokusov,
 - k – počet úspechov,
 - p – pravdepodobnosť úspechu.
-

1. Základné úlohy

1. Mincou hodíme 5-krát.

Určte pravdepodobnosť, že padnú presne 3 znaky.

2. Kockou hodíme 4-krát.

Ak je úspech „padne šestka“, určte pravdepodobnosť, že šestka padne práve raz.

3. Basketbalista premieňa trestný hod s pravdepodobnosťou 0,8.

Hádza 6 trestných hodov.

Aká je pravdepodobnosť, že presne 5 hodov premení?

4. Pravdepodobnosť chyby výrobku je 0,03.

Náhodne kontrolujeme 10 výrobkov.

Určte pravdepodobnosť, že chybné budú presne 2 výrobky.

5. Študent odpovedá na test s otázkami ABCD a všetko tipuje.

Test má 8 otázok.

Aká je pravdepodobnosť, že správne odpovie presne na 2 otázky?

2. Pravdepodobnosť „aspoň“ a „najviac“

6. Mincou hodíme 6-krát.

Určte pravdepodobnosť, že znak padne aspoň 4-krát.

7. Pravdepodobnosť úspechu pri pokuse je 0,3.

Pokus opakujeme 5-krát.

Určte pravdepodobnosť, že nastanú najviac 2 úspechy.

8. Futbalista premení penaltu s pravdepodobnosťou 0,75.

Koľko je pravdepodobnosť, že z 5 penáľt premení aspoň 4?

9. Pravdepodobnosť dažďa v určitý deň je 0,2.

Určte pravdepodobnosť, že počas nasledujúcich 7 dní bude pršať presne 3 dni.

10. Výrobok je chybný s pravdepodobnosťou 0,04.

Zo série vyberieme 20 výrobkov.

Určte pravdepodobnosť, že chybný nebude ani jeden výrobok.

3. Náročnejšie úlohy

11. Pravdepodobnosť zásahu cieľa je 0,65.

Strelec vystrelí 8-krát.

Určte pravdepodobnosť, že trafi cieľ:

- a) presne 5-krát,
- b) aspoň 5-krát.

12. V populácii má 12 % ľudí alergiu.

Náhodne vyberieme 15 ľudí.

Aká je pravdepodobnosť, že alergiu budú mať práve 3 ľudia?

13. Hráč trafi trojku s pravdepodobnosťou 0,4.

Vystrelí 10-krát.

Určte pravdepodobnosť, že:

- a) netrafi ani raz,
- b) trafi aspoň raz.

14. V továrni je pravdepodobnosť poruchy stroja počas dňa 0,05.

Pozorujeme stroj počas 30 dní.

Určte pravdepodobnosť, že porucha nastane presne 2 dni.

15. Pravdepodobnosť, že zákazník kúpi produkt, je 0,35.

Do obchodu príde 12 zákazníkov.

Určte pravdepodobnosť, že produkt kúpi:

- a) presne 4 zákazníci,
- b) viac ako 4 zákazníci.

4. Kombinované a analytické úlohy

16. Mincou hodíme 10-krát.

Určte najpravdepodobnejší počet znakov.

17. Pravdepodobnosť úspechu je $p = 0,2$.

Pokus opakujeme 6-krát.

Určte pravdepodobnosť, že úspech nastane:

- a) práve raz,
- b) aspoň raz.

18. Basketbalista premieňa trestné hody s úspešnosťou 90 %.

Koľko je pravdepodobnosť, že z 8 hodov netrafí najviac jeden?

19. Študent tipuje odpovede v teste s 12 otázkami typu ABCD.

Určte pravdepodobnosť, že správne odpovie aspoň na polovicu otázok.

20. V určitej hre je pravdepodobnosť výhry 0,15.

Hráč odohrá 20 hier.

Určte pravdepodobnosť, že vyhrá:

- a) presne 3 hry,

- b) menej ako 3 hry,
- c) aspoň 3 hry.

Poznámky

- Pri úlohách „aspoň“ často sčítavame viac pravdepodobností.
- Pri úlohách „ani raz“ využívame $k = 0$.
- Pri úlohách „najviac“ počítame všetky prípady od 0 po požadovaný počet.

Odpoveďový kľúč

1.

$$P(X = 3) = \frac{5!}{3!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10}{32} = 0,3125$$

2.

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{500}{1296} \approx 0,3858$$

3.

$$P(X = 5) = \binom{6}{5} (0,8)^5 (0,2) \approx 0,3932$$

4.

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} (0,03)^2 (0,97)^8 \approx 0,0329$$

5.

$$P(X = 2) = \binom{8}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^6 \approx 0,3115$$

6.

$$P(X \geq 4) = P(4) + P(5) + P(6) = \frac{22}{64} = 0,34375$$

7.

$$P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2) \approx 0,8369$$

8.

$$P(X \geq 4) = P(4) + P(5) \approx 0,6328$$

9.

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0,2)^3 (0,8)^4 \approx 0,1147$$

10.

$$P(X = 0) = (0,96)^{20} \approx 0,4420$$

11. (a)

$$P(X = 5) = \binom{8}{5} (0,65)^5 (0,35)^3 \approx 0,2786$$

(b)

$$P(X \geq 5) \approx 0,7064$$

12.

$$P(X = 3) = \binom{15}{3} (0,12)^3 (0,88)^{12} \approx 0,2361$$

13. (a)

$$P(X = 0) = (0,6)^{10} \approx 0,0060$$

(b)

$$P(X \geq 1) = 1 - (0,6)^{10} \approx 0,9940$$

14.

$$P(X = 2) = \binom{30}{2} (0,05)^2 (0,95)^{28} \approx 0,2277$$

15. (a)

$$P(X = 4) = \binom{12}{4} (0,35)^4 (0,65)^8 \approx 0,2374$$

(b)

$$P(X > 4) \approx 0,3915$$

16. Najpravdepodobnejší počet znakov:

5

17. (a)

$$P(X = 1) = \binom{6}{1} (0,2)(0,8)^5 \approx 0,3932$$

(b)

$$P(X \geq 1) = 1 - (0,8)^6 \approx 0,7379$$

18.

$$P(X \leq 1) = P(0) + P(1) \approx 0,8131$$

19.

$$P(X \geq 6) \approx 0,0544$$

20. (a)

$$P(X = 3) = \binom{20}{3} (0,15)^3 (0,85)^{17} \approx 0,2428$$

(b)

$$P(X < 3) \approx 0,4049$$

(c)

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) \approx 0,5951$$