

Exponenciálne rovnice - základy

Metóda rovnakého základu a pravidiel pre mocniny

Čo je exponenciálna rovnica

Exponenciálna rovnica má neznámu v **exponente** – napríklad $2^x = 8$. Celá stratégia riešenia stojí na jednom pravidle: keď majú obe strany rovnaký základ, musia sa rovnať aj exponenty.

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

platí pre základ $a > 0, a \neq 1$

Pravidlá pre mocniny

Bez nich sa rovnaký základ nedá dosiahnuť – oplatí sa ich vedieť spamäti.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

Postup: prevedieme na rovnaký základ

1. Obe strany zapíšeme ako mocninu toho istého čísla.
2. Základy sa zhodujú, preto porovnáme exponenty.
3. Vyriešime obyčajnú rovnicu.

Príklad · $2^x = 8$

Osmičku zapíšeme ako mocninu dvojky: $8 = 2^3$.

$$2^x = 2^3 \rightarrow x = 3$$

Príklad · $3^{2x} = 81$

$81 = 3^4$, takže $3^{2x} = 3^4$.

$$2x = 4 \rightarrow x = 2$$

Príklad · so záporným exponentom

$$2^x = 1/16$$

$1/16 = 2^{-4}$, teda $2^x = 2^{-4}$.

$$x = -4$$

Časté chyby

Porovnanie pri rôznych základoch. Exponenty sa smú porovnať až vtedy, keď sú základy rovnaké.

Zabudnutá zátvorka. Zápis 3^{2x} znamená 3 na $(2x)$, nie $(3^2)x$.

Nulové a záporné riešenie. Mocnina je vždy kladná, ale x môže vyjsť nula aj záporné číslo – to je v poriadku.

Cvičenia

1. Vyrieš $2^x = 16$

3. Vyrieš $5^x = 1$

5. Vyrieš $4^x = 64$

7. Vyrieš $10^x = 1000$

2. Vyrieš $3^x = 27$

4. Vyrieš $2^x = 1/8$

6. Vyrieš $2^{3x} = 64$

8. Vyrieš $3^{x+1} = 9$

Výsledky

1. 4 2. 3 3. 0 4. -3 5. 3 6. 2 7. 3 8. 1