

Goniometrické rovnice 1

Základné rovnice so sínusom, kosínusom a tangensom

Čo je goniometrická rovnica

Rovnica, v ktorej je neznáma **vnútri goniometrickej funkcie** – napríklad $\sin x = 1/2$. Keďže sínus aj kosínus sa periodicky opakujú, takáto rovnica má **nekonečne veľa riešení**.

Rovnica $\sin x = a$

Najprv nájdeme **základné riešenie** v prvom kvadrante. Druhé riešenie leží v druhom kvadrante (sínus je tam tiež kladný) a získame ho odčítaním od 180° . Ku každému pripočítame periódu.

$$x = x_0 + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 180^\circ - x_0 + k \cdot 360^\circ$$

k je ľubovoľné celé číslo; riešenie existuje len pre $-1 \leq a \leq 1$

Príklad · $\sin x = 1/2$

Základné riešenie: $x_0 = 30^\circ$.

Druhé riešenie: $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

$$x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{alebo} \quad x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$$

Rovnica $\cos x = a$

Kosínus je **párna** funkcia, preto sú riešenia súmerné podľa osi x – líšia sa iba znamienkom.

$$x = \pm x_0 + k \cdot 360^\circ$$

Príklad · $\cos x = 1/2$

Základné riešenie: $x_0 = 60^\circ$.

$$x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{alebo} \quad x = -60^\circ + k \cdot 360^\circ$$

Rovnica $\tan x = a$

Tangens má kratšiu periódu – opakuje sa už po 180° . Preto stačí jediný vzorec a riešenie existuje pre **každé** reálne a .

$$x = x_0 + k \cdot 180^\circ$$

Príklad · $\tan x = 1$

Základné riešenie: $x_0 = 45^\circ$.

$$x = 45^\circ + k \cdot 180^\circ$$

Časté chyby

Zabudnutá perióda. Bez „ $+ k \cdot 360^\circ$ “ je riešenie neúplné – uviedli by sme len jedno z nekonečne mnohých.

Jediné riešenie pri sínuse. Sínus dáva v jednej otáčke dve riešenia, nie jedno.

Rovnica bez riešenia. Zápis $\sin x = 3$ nemá riešenie, lebo sínus neprekročí 1.

Perióda tangensu. Pri tangense je perióda 180° , nie 360° .

Cvičenia

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. Vyhľadaj $\sin x = 0$ | 2. Vyhľadaj $\sin x = 1$ |
| 3. Vyhľadaj $\cos x = 1$ | 4. Vyhľadaj $\cos x = 0$ |
| 5. Vyhľadaj $\tan x = 0$ | 6. Vyhľadaj $\sin x = -1$ |
| 7. Má rovnica $\sin x = 2$ riešenie? | 8. Akú periódu má rovnica s tangensom? |

Výsledky

1. $k \cdot 180^\circ$ 2. $90^\circ + k \cdot 360^\circ$ 3. $k \cdot 360^\circ$ 4. $90^\circ + k \cdot 180^\circ$ 5. $k \cdot 180^\circ$ 6. $-90^\circ + k \cdot 360^\circ$ 7. nie 8. 180°