

Lomené funkcie

Definičný obor, asymptoty a graf racionálnej funkcie

Čo je lomená funkcia

Lomená (racionálna) funkcia je podiel dvoch mnohočlenov. V menovateli je premenná, a práve to určuje jej správanie.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$Q(x)$ nesmie byť nulový mnohočlen

Definičný obor

Body, v ktorých je menovateľ nulový, do definičného oboru nepatria. Nájdeme ich tak, že menovateľ položíme rovný nule.

Príklad · určenie definičného oboru

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 4}$$

$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$. $D(f)$: všetky reálne čísla okrem 4.

$$g(x) = \frac{5}{x^2 - 1}$$

$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ alebo $x = -1$. Obe hodnoty vylúčime.

Asymptoty

Asymptota je priamka, ku ktorej sa graf neobmedzene približuje, ale nikdy ju nepretné.

Zvislá asymptota

Vzniká tam, kde je menovateľ nulový a čitateľ nie. Pri $f(x) = 1/(x - 4)$ je to priamka $x = 4$.

Vodorovná asymptota

Popisuje správanie pre veľmi veľké x . Porovnáваме stupne čitateľa a menovateľa: keď je stupeň menovateľa väčší, asymptota je $y = 0$; keď sú stupne rovnaké, je ňou podiel vedúcich koeficientov.

Príklad · asymptoty

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

Zvislá asymptota: $x = 0$. Vodorovná asymptota: $y = 0$.

Graf je hyperbola v prvom a treťom kvadrante.

$$g(x) = \frac{3x}{x + 2}$$

Zvislá: $x = -2$. Vodorovná: stupne sú rovnaké, teda $y = 3$.

Časté chyby

Zabudnutý definičný obor. Vylúčené body treba uviesť vždy, aj keď sa výraz dá skrátiť.

Asymptota ako súčasť grafu. Je to pomocná priamka, nie časť krivky.

Krátenie bez rozkladu. Najprv rozklad na súčin, až potom škrtanie spoločných činiteľov.

Cvičenia

- | | |
|--|---|
| 1. Urči $D(f)$ pre $f(x) = 1/(x - 7)$ | 2. Urči $D(f)$ pre $f(x) = x/(x + 3)$ |
| 3. Urči $D(f)$ pre $f(x) = 2/(x^2 - 9)$ | 4. Nájdi zvislú asymptotu funkcie $1/(x - 5)$ |
| 5. Nájdi vodorovnú asymptotu funkcie $1/x$ | 6. Nájdi vodorovnú asymptotu funkcie $2x/(x + 1)$ |
| 7. Skrát' $(x^2 - 4)/(x - 2)$ | 8. Nájdi zvislú asymptotu funkcie $3/(x + 6)$ |

Výsledky

1. $x \neq 7$ 2. $x \neq -3$ 3. $x \neq 3$ a $x \neq -3$ 4. $x = 5$ 5. $y = 0$ 6. $y = 2$ 7. $x + 2$ 8. $x = -6$