

Úpravy lomených výrazov – základy

Podmienky, krátenie a počítanie s lomenými výrazmi

Čo je lomený výraz

Lomený výraz je zlomok, ktorý má v menovateli premennú. Počítame s ním presne tak ako s obyčajným zlomkom – pribudne však jedna povinnosť navyše: musíme určiť, pre ktoré hodnoty premennej má výraz zmysel.

$$\frac{x + 3}{x - 2}$$

čitateľ aj menovateľ sú výrazy s premennou

Podmienky – kedy má výraz zmysel

Menovateľ sa nikdy nesmie rovnať nule. Preto pri každom lomenom výraze najprv **položíme menovateľ rovný nule**, vyriešime a tieto hodnoty vylúčime. Podmienky zapisujeme hneď na začiatku riešenia.

$$\text{menovateľ} \neq 0$$

podmienky určujeme z PÔVODNÉHO tvaru, ešte pred krátením

Príklad · určenie podmienok

$$\frac{x + 3}{x - 2}$$

Menovateľ: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

Podmienka: $x \neq 2$

$$\frac{5}{x^2 - 9}$$

Menovateľ: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow (x - 3)(x + 3) = 0$

Podmienky: $x \neq 3$ a $x \neq -3$

Krátenie lomených výrazov

Krátiť možno iba **činitele** (to, čo je vynásobené), nikdy nie jednotlivé sčítance. Preto čitateľa aj menovateľa najprv **rozložíme na súčin** a až potom škrtáme rovnaké zátvorky.

Príklad · rozklad a krátenie

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

1. Podmienka: $x + 3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$
2. Čitateľa rozložíme vzorcom pre rozdiel druhých mocnín.

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} = x - 3$$

Zátvorka $(x + 3)$ je spoločný činiteľ, preto ju skrátíme.

Príklad · vyňatie pred zátvorku

$$\frac{2x + 6}{x^2 + 3x}$$

V čitateli vyberieme pred zátvorku 2, v menovateli x .

$$\frac{2(x + 3)}{x(x + 3)} = \frac{2}{x}$$

Podmienky: $x \neq 0$ a $x \neq -3$

Násobenie a delenie

Rovnaké pravidlá ako pri číselných zlomkoch. Pred vynásobením sa vždy oplatí rozložiť na súčin a skrátit' – výraz tak ostane jednoduchý.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Príklad · násobenie so skráténím

$$\frac{x + 1}{x} \cdot \frac{x^2}{x + 1} = \frac{x^2(x + 1)}{x(x + 1)} = x$$

Podmienky: $x \neq 0$ a $x \neq -1$

Sčítanie a odčítanie

Potrebuje **spoločný menovateľ**. Menovatele najprv rozložíme na súčin, spoločný menovateľ zostavíme z ich činiteľov a každý zlomok naň rozšírime.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

Príklad · rôzne menovatele

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$$

Spoločný menovateľ je $x(x+1)$. Prvý zlomok rozšírime $(x+1)$, druhý x .

$$\frac{x+1}{x(x+1)} + \frac{2x}{x(x+1)} = \frac{3x+1}{x(x+1)}$$

Podmienky: $x \neq 0$ a $x \neq -1$

Časté chyby

Krátenie sčítancov. Vo výraze $(x+3)/3$ sa trojka skratiť nedá – v čitateli nie je vynásobená, ale pripočítaná. Krátiť možno iba činitele.

Zabudnuté podmienky. Bez nich je riešenie neúplné. Určujeme ich z pôvodného menovateľa, nie až z upraveného tvaru.

Podmienky až po krátení. Keď sa $(x+3)$ skrati, podmienka $x \neq -3$ aj tak platí – zo zadania nezmizla.

Krátenie bez rozkladu. Najprv rozklad na súčin, až potom škrtenie. Bez rozkladu sa spoločný činiteľ nedá spoľahlivo nájsť.

Cvičenia

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1. Urči podmienky pre $4/(x-5)$ | 2. Urči podmienky pre $x/(x^2-4)$ |
| 3. Skrát' $(x^2-25)/(x+5)$ | 4. Skrát' $(3x+12)/(x+4)$ |
| 5. Skrát' $(5x)/(x^2+2x)$ | 6. Vypočítaj $(2/x) \cdot (x^2/4)$ |
| 7. Vypočítaj $(1/x) + (1/(x+2))$ | 8. Vypočítaj $(3/x) : (6/x^2)$ |

Výsledky

1. $x \neq 5$ 2. $x \neq 2, x \neq -2$ 3. $x \neq 5$ 4. 3 5. $5/(x+2)$ 6. $x/2$ 7. $(2x+2)/(x(x+2))$ 8. $x/2$