

Vektory

Súradnice, veľkosť, operácie a skalárny súčin

Čo je vektor

Vektor je veličina, ktorá má **veľkosť** aj **smer** – na rozdiel od obyčajného čísla. Zapisujeme ho súradnicami, napríklad $u = (3, 4)$. Vektor si môžeme predstaviť ako šípku z jedného bodu do druhého.

$$u = B - A = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

vektor z bodu A do bodu B

Príklad · vektor z dvoch bodov

$$A = (1, 2), B = (4, 6)$$

$$u = B - A = (4 - 1, 6 - 2) = (3, 4)$$

Veľkosť vektora

Veľkosť je dĺžka šípky. Počítame ju Pytagorovou vetou zo súradníc.

$$|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

Príklad · veľkosť

$$u = (3, 4)$$

$$|u| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Sčítanie, odčítanie a násobenie číslom

Všetky tri operácie robíme **po súradniciach**.

$$u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2) \quad k \cdot u = (k \cdot u_1, k \cdot u_2)$$

Príklad · operácie

$$u = (3, 4), v = (1, 2)$$

$$u + v = (4, 6) \quad u - v = (2, 2) \quad 2u = (6, 8)$$

Skalárny súčin

Skalárny súčin dvoch vektorov je **číslo**, nie vektor. Slúži hlavne na zisťovanie, či sú vektory na seba kolmé.

$$u \cdot v = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$$

Kolmosť

Dva nenulové vektory sú na seba kolmé práve vtedy, keď je ich skalárny súčin nulový.

$$u \cdot v = 0 \rightarrow \text{vektory sú kolmé}$$

Príklad · overenie kolmosti

$$u = (2, 3), v = (-3, 2)$$

$$u \cdot v = 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 2 = -6 + 6 = 0$$

Súčin je nulový, takže **vektory sú kolmé**.

Časté chyby

Skalárny súčin ako vektor. Výsledkom je vždy číslo.

Sčítanie veľkostí. Platí $|u + v| \neq |u| + |v|$ – veľkosti sa nesčítavajú, sčítavajú sa súradnice.

Opačné poradie pri odčítaní bodov. Vektor z A do B je $B - A$, nie $A - B$.

Cvičenia

1. Urči vektor z A = (0,0) do B = (2,5)
2. Vypočítaj veľkosť vektora (6, 8)
3. Sčítaj (1, 3) + (4, 2)
4. Odčítaj (5, 7) – (2, 3)
5. Vypočítaj $3 \cdot (2, -1)$
6. Vypočítaj skalárny súčin $(2,3) \cdot (4,1)$
7. Sú vektory (1, 2) a (-2, 1) kolmé?
8. Vypočítaj veľkosť vektora (0, 7)

Výsledky

1. (2, 5) 2. 10 3. (5, 5) 4. (3, 4) 5. (6, -3) 6. 11 7. áno 8. 7