

Základy funkcií

Definícia funkcie, definičný obor a obor hodnôt

Čo je funkcia

Funkcia je predpis, ktorý každému prvku z jednej množiny priradí **práve jednu** hodnotu. Zapisujeme ju ako **$f(x)$** – čítame „ef od iks“. Číslo x je vstup, $f(x)$ je výstup.

$$f : x \rightarrow f(x)$$

každému x zodpovedá práve jedno $f(x)$

Príklad · dosadenie do predpisu

Máme $f(x) = 2x + 3$.

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$$

$$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$$

Definičný obor

Definičný obor $D(f)$ je množina všetkých x , pre ktoré má predpis zmysel. Najčastejšie ho obmedzujú dve veci: menovateľ sa nesmie rovnať nule a pod druhou odmocninou nesmie byť záporné číslo.

Príklad · určenie definičného oboru

$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

Menovateľ $\neq 0 \rightarrow x \neq 3$. $D(f)$: všetky reálne čísla okrem 3.

$$g(x) = \sqrt{x - 2}$$

Pod odmocninou musí byť nezáporné číslo: $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$.

Obor hodnôt

Obor hodnôt $H(f)$ je množina všetkých výstupov, ktoré funkcia skutočne nadobúda. Z grafu ho čítame ako priemet na zvislú os.

Príklad · obor hodnôt

$f(x) = x^2$ – druhá mocnina nikdy nie je záporná, takže $H(f)$: $y \geq 0$.

$g(x) = 2x + 1$ – priamka nadobúda všetky reálne hodnoty, $H(g)$: všetky reálne čísla.

Graf funkcie

Graf je množina bodov $[x, f(x)]$. Rýchly test: ak zvislá priamka pretne krivku vo viac ako jednom bode, nejde o funkciu – jednému x by zodpovedali dve hodnoty.

Rastúca a klesajúca funkcia

Funkcia je **rastúca**, keď väčšiemu x zodpovedá väčšie $f(x)$, a **klesajúca**, keď väčšiemu x zodpovedá menšie $f(x)$.

Časté chyby

Zámena $D(f)$ a $H(f)$. Definičný obor sú vstupy (os x), obor hodnôt výstupy (os y).

Zabudnutá podmienka. Pri zlomku aj odmocnine treba definičný obor vždy overiť, nie iba dosadzovať.

$f(x)$ ako súčin. Zápis $f(x)$ neznamena f krát x – je to hodnota funkcie v bode x .

Cvičenia

1. Pre $f(x) = 3x - 5$ vypočítaj $f(2)$
2. Pre $f(x) = x^2 + 1$ vypočítaj $f(-3)$
3. Urči $D(f)$ pre $f(x) = 1/(x + 4)$
4. Urči $D(f)$ pre $f(x) = \sqrt{x - 5}$
5. Urči $H(f)$ pre $f(x) = x^2 - 2$
6. Pre $f(x) = 2x$ vypočítaj $f(0) + f(5)$
7. Urči $D(f)$ pre $f(x) = 1/(x^2 - 1)$
8. Je $f(x) = 4x + 1$ rastúca alebo klesajúca?

Výsledky

1. 1 2. 10 3. $x \neq -4$ 4. $x \geq 5$ 5. $y \geq -2$ 6. 10 7. $x \neq 1$ a $x \neq -1$ 8. rastúca